T.C.

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOKLU FAKTÖR ANALİZİ VE UYGULAMASI

İsmail GENEL

BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN

Prof. Dr. Sıddık KESKİN

VAN-2022

T.C.

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOKLU FAKTÖR ANALİZİ VE UYGULAMASI

İsmail GENEL

BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN

Prof. Dr. Sıddık KESKİN

VAN-2022

ETİK BEYAN

T.C.

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

Yüksek Lisans tezi olarak hazırlayıp sunduğum "Çoklu Faktör Analizi ve Uygulaması" başlıklı tezim; bilimsel ahlak ve değerlere uygun olarak tarafımdan yazılmıştır. Tezimin fikir/hipotezi tümüyle tez danışmanım ve bana aittir. Tezde yer alan deneysel çalışma/araştırma tarafımdan yapılmış olup, tüm cümleler, yorumlar bana aittir. Bu tezdeki bütün bilgiler akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak hazırlanıp, bu kural ve ilkeler gereği, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçlara atıf yapılmış ve kaynak gösterilmiştir.

Yukarıda belirtilen hususların doğruluğunu beyan ederim.

İsmail GENEL

25.01.2022

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimin hazırlanmasında, tecrübeleri ve bilgi birikimleriyle katkısı olan ve çalışmalarımda benden desteklerini esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Sıddık KESKİN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca desteğini benden esirgemeyen ve tez çalışmamda her türlü destek aldığım aileme sonsuz sevgilerimi sunarım.

ÖZET

Genel İ, Çoklu faktör analizi ve uygulaması, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Biyoistatistik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, Van 2021. Çoklu Faktör Analizi ve Uygulaması. Çoklu faktör analizi, sürekli (nitel) veya kategorik (nicel) değişken içeren tabloların birleştirilerek, eşzamanlı analiz edilmesini sağlayan ve değişkenler arasındaki ilişkiler için rakamsal sonuçların yanı sıra, iki boyutlu uzayda görsel sonuçlar da sunan çok değişkenli analiz yöntemlerinden birisidir. Bu çalışmada, Çoklu faktör analizi tanıtılarak, konu ile ilgili uygulama yapılmıştır. Uygulamada, serbest erişimli siteden sağlanan ve 10 değişken içeren veri seti kullanılmıştır. Veri seti, içermiş olduğu değişkenlere göre üç ve iki tablo şeklinde analiz edilmiştir. Analizlerde XLSTAT istatistik paket programı kullanılmıştır. Sonuç olarak, farklı tipteki (kategorik ve sürekli) değişkenleri içeren tabloların birleştirilerek, birlikte analiz edilmesine imkân sağlayan ve rakamsal sonuçların yanı sıra, iki boyutlu uzayda görsel sonuçlar da sunarak yorumlama kolaylığı sağlayan Çoklu faktör analizinin uygulamalarda tercih edilebileceği vurgulanmıştır.

Anahtar kelimeler: Inertia, kütle, boyut indirgeme, özdeğer, faktör yükü

ABSTRACT

Genel İ, Multiple Factor Analysis and Application, Van Yuzuncu Yıl University, Institute of Health Sciences, Department of Biostatistics, M.Sc. Thesis, Van 2021. **Multiple Factor Analysis and Application.** Multiple factor analysis is one of the multivariate analysis methods that provides simultaneous analysis of tables containing continuous (qualitative) or categorical (quantitative) variables, and provides visual results in two-dimensional space as well as numerical results for the relationships between variables. In this study, Multiple factor analysis was introduced and an application regarding with the method was performed. In the application, a data set containing 10 variables, which was obtained from the free access website, was used. The data set was analyzed with considering as three and two tables according to the included variables. XLSTAT statistical package program was used in the analysis. As a result, it was emphasized that Multiple factor analysis, which allows tables containing different types (categorical and continuous) variables to be combined and analyzed together, and providing easy interpretation by presenting visual results in two-dimensional space as well as numerical results, can be preferred in applications.

Key words: Inertia, mass, dimension reduction, eigenvalue, factor loading

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY II
ETİK BEYAN III
TEŞEKKÜR IV
ÖZET V
ABSTRACT VI
İÇİNDEKİLER VII
SİMGELER VE KISALTMALAR VIII
ŞEKİLLER LİSTESİ IX
TABLOLAR LİSTESİ X
1. GİRİŞ 1
2. GENEL BİLGİLER 3
3. GEREÇ VE YÖNTEM 7
3.1. Gereç 7
3.2. Yöntem 7
3.2.1. Notasyonlar 8
3.2.2. Çoklu faktör analizinin adımları 8
3.2.3. Faktör skorları 10
3.2.4. Gözlemler, değişkenler ve tabloların boyutlara olan katkıları 10
3.2.5. Değişkenin boyuta katkısı 11
3.2.6. Tablonun boyuta katkısı 12
3.2.7. Tablolar arası benzerlik 12
4. BULGULAR 13
5. TARTIŞMA VE SONUÇ 25
KAYNAKLAR 29
ÖZGEÇMİŞ 31
EKLER 32
EK 1. 32
EK 2. 33

SİMGELER VE KISALTMALAR

Σ	: Toplam sembolü
a	: Sabit sayı
e	: Hata terimi
F	: Frekans
ÇFA	: Çoklu Faktör Analizi
I	: Birim matris
k	: Regresyon modelindeki bağımsız değişken sayısı
N	: Sütun sayısı
R^2	:Belirleme katsayısı
X	: Bağımsız değişken
Y	: Bağımlı değişken
σ^2	: Varyans
J	: Değişken toplam sayısı
T	: Transpoz
DKB	: Diyastolik kan basıncı
SKB	: Sistolik kan basıncı

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Birinci durum için değişkenlerin iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu. 15

Şekil 2. İkinci durum için değişkenlerin iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu. 19

Şekil 3. İkinci durum için yaş gruplarının iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu. 19

Şekil 4. Üçüncü durum için değişkenlerin iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu. 23

Şekil 5. İki tablo için yaş grupların iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu. 24

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Özellikler (değişkenler) ve ortalamaları 7

Tablo 2. Birinci durum için özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%). 13

Tablo 3. Birinci durum için değişkenlere ait faktör yükleri ve katkılar. 13

Tablo 4. Birinci durum için tabloların iki faktöre göre koordinatları ve faktörlere olan katkıları(%). 14

Tablo 5. Lg ve Rv katsayıları. 14

Tablo 6. İkinci durum için özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%). 16

Tablo 7. İkinci durum için değişken ve yaş gruplarına ait faktör yükleri ve katkılar. ... 17

Tablo 8. İkinci durum için tabloların iki faktöre göre koordinatları ve faktörlere olan katkıları (%). 17

Tablo 9. İkinci durum için Lg ve Rv katsayıları. 18

Tablo 10. Üçüncü durum için özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%). 20

Tablo 11. Üçüncü durum için değişken ve yaş gruplarına ait faktör yükleri ve katkılar. 21

Tablo 12. Üçüncü durum için tabloların iki faktöre göre koordinatları ve faktörlere olan katkıları (%). 21

Tablo 13. Üçüncü durum için Lg ve Rv katsayıları. 22

1. GİRİŞ

Bilimsel çalışmalarda, genellikle; herhangi bir uygulama faktörünün seviyeleri arasındaki farklar veya değişkenler (özellikler) arasındaki ilişkiler incelenmektedir. Değişkenler arası ilişki, aralarındaki ilişkinin yapısına göre doğrusal (linear) ilişkiler ve doğrusal olmayan (nonlinear) ilişkiler olmak üzere sınıflanabilirken, aralarındaki ilişkinin incelenmek istendiği değişken sayısına göre de basit ilişkiler ve çoklu ilişkiler olmak üzere iki kısımda incelenmektedir.

Hesaplama adımları ve sonuçların yorumlanabilirliği açısından doğrusal olmayan ilişkilere göre doğrusal ilişkilerin avantajlı olduğu söylenebilir. Diğer yandan, yine yorumlama ve hesaplama kolaylığı bakımından, değişkenler arası çoklu ilişkilerden daha çok basit ilişkilerin incelenmesi tercih edilmektedir. Bu nedenle de araştırıcıların, çoğunlukla değişkenler arasındaki basit doğrusal ilişkileri bulma veya doğrusal olmayan ilişkileri de doğrusala dönüştürerek inceleme ve yorumlama eğiliminde oldukları söylenebilir.

Değişkenler arasındaki ilişki yapısının çoklu değil de, basit ilişki şeklinde incelenmesi durumunda, adı geçen iki değişken arasındaki ilişkinin diğer değişkenlerden etkilenmediği veya bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Ancak, unutulmaması gerekir ki doğadaki değişkenler arası ilişkilerin çoğu, doğrusal ve doğrusal olmayan yapıda olduğu gibi basit ilişkilere indirgenemeyecek kadar da karmaşık yapıdadır. Bu nedenle değişkenler arasındaki ilişkilerin; mümkün olduğu kadar gerçek yapısına uygun şekilde incelenmesi oldukça önemlidir.

Değişkenler arası ilişkileri incelemek üzere geliştirilen istatistik yöntemler, değişken tipine (sürekli, kategorik veya sıralı) göre farklılık göstermektedir. Değişken tipine göre yalnızca sürekli veya kategorik değişken, ilişkinin yapısına göre de yalnızca doğrusal veya doğrusal olmayan ilişkileri içeren veri setlerinde, ilişkileri bulmaya yönelik geliştirilen istatistik yöntemlerin yeterli olduğu düşünülebilir. Ancak, karışık veri tipi içeren veri setlerinde, değişkenler arasındaki hem doğrusal ilişkileri hem de doğrusal olmayan ilişkileri belirlemeye yönelik geliştirilen yöntemler sınırlıdır. Çoklu faktör analizi (Multiple Factor Analysis), farklı değişken tipi içeren ve blok olarak

adlandırılan tabloların birlikte (eşzamanlı) analiz edilmesine imkân sağlar, değişkenler arasındaki doğrusal ve doğrusal olmayan ilişkileri birlikte inceleyerek, elde edilen sonuçları, kolay anlaşılabilir ve yorumlanabilir şekilde iki boyutlu koordinat ekseninde sunar (Keskin ve Keskin, 2021). Çok bloklu analiz veya Çoklu faktöriyel analiz olarak da bilinen Çoklu faktör analizi, Temel bileşenler analizi ile Çoklu uyum analizinin kombinasyonu şeklinde geliştirilmiş çok değişkenli analiz yöntemidir.

Bilindiği üzere, aralarında ilişki bulunmak istenen özellikler (değişkenler) sürekli değişken tipinde ise Temel bileşenler analizi, tek başına bir boyut indirgeme veya başka bir analiz yönteminden önce ön analiz olarak kullanılmaktadır. Benzer şekilde, değişkenlerin hepsinin kategorik olması durumunda ise bu değişkenlerin kategorileri arasındaki ilişkileri genellikle iki boyutlu uzayda göstermek üzere, Çoklu uyum analizi kullanılmaktadır. Çoklu faktör analizi, bu iki analiz yönteminin bir kombinasyonu gibi düşünülebilir. Bu bağlamda, çoklu faktör analizinin diğer iki yönteme göre üstünlükleri bulunmaktadır. Bu üstünlüklerine rağmen, yöntemin beklenildiği kadar yaygın kullanılamadığı düşünülmektedir. Yaygın kullanılamamasının nedenleri arasında ise yeterince tanıtılamadığı ve Türkçe literatürün yok denecek kadar az olması sayılabilir. Bu nedenle çalışmada yöntemin genel özellikleri ile tanıtılması ve işlem aşamaların yürütülmesi ile birlikte, elde edilen sonuçların yorumlanmasına katkı ve kolaylık sağlaması amacıyla uygulama yapılması amaçlanmıştır.

2. GENEL BİLGİLER

Çoklu faktör analizi, Çok değişkenli istatistik yöntemler arasında yer alan ve sürekli veya kategorik değişkenleri içeren tabloların birleştirilerek, birlikte (eş zamanlı) analiz edilmesine imkân sağlayan, sonuçları kolay anlaşılabilir şekilde ve genellikle iki boyutlu uzayda görsel olarak sunan bir analiz yöntemidir.

Pages ve Tenenhaus (2001), Kısmi en küçük kareler path modeli (PLS path modelling) ile birleştirilmiş Çoklu faktör analizini, fizikokimyasal değişkenler, duyusal profiller ve hedonik ölçek verileri arasındaki ilişkilerin analizine uygulamışlar ve Kısmi en küçük kareler path modeli (PLS path modelling), Kısmi en küçük kareler regresyonu ve Çoklu faktör analizi arasındaki ilişkilere değinmişlerdir.

Dumas ve ark. (2005), biyobelirteçler ile ilgili verileri birleştirerek birlikte analiz etmek üzere, Çoklu faktör analizini kullanmışlardır. Sonuçta, metabonomik ve diğer "omik" biyoteknolojilerle ilgili analizlerde, genelleştirilmiş ve bütünleştirici bir yaklaşım sunma açısından Çoklu faktör analizinin yararlı olabileceğini ifade etmişlerdir.

Pages (2005), 10 beyaz şaraplık üzüm çeşidinde, metodolojik düzeyde duyusal verileri toplamanın yeni bir yolunu değerlendirmiş ve ürünler arası mesafelerin analizi için Çoklu faktör analizini kullanarak algıların boyutlarını analiz etmiştir.

Stanimirova ve ark. (2005), çevre kimyası çalışmalarında, aynı numuneler üzerinde ölçülen, muhtemelen farklı tipteki farklı değişken bloklarından oluşan veri setlerinin analiz edilmesi gerektiğini ve bunun için de Çoklu faktör analizinin uygun olacağını belirterek, Çoklu faktör analizini, tortu numuneleri için ölçülen ağır metaller ve polisiklik aromatik hidrokarbonlar olmak üzere iki veri bloğundan oluşan gerçek bir çevresel veri setinde kullanmışlardır.

Tayrac ve ark. (2009), genomik analizde, mikro dizi verilerinin önemine değinerek, çoklu veri setlerini birleştirmek ve analiz etmek üzere Çoklu faktör analizini kullanmışlardır. Çoklu faktör analizinin, genomik ve transkriptomik veri kümelerinde ortaya çıkan yapıyı birlikte analiz etmede kullanıldığını belirterek, büyük miktarda

'omics' verisini analiz etmek için harcanan zamanı ve çabayı azaltacağını ifade etmişlerdir.

Zárraga ve Goitisolo (2009), 2005 yılında ölümlü kazalarda; sürücünün cinsiyeti, yaş grubu ve araç çeşidi arasındaki ilişkiyi belirlemek üzere; Eşzamanlı analiz (Simultaneous analysis) ve kontenjans tablolarında çoklu faktör analizini (Multiple factor analysis for contingency tables) kullanmışlarıdır. Çalışma sonucunda her iki yöntemin birbirine benzer sonuçlar verdiğini ve tabloların birlikte analizinde, Uyum analizine alternatif olarak kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

Dehlholm ve ark. (2012), Çoklu faktör analizi sonuçlarının grafiksel değerlendirmesini hızlandırmak üzere; iki veri seti kullanarak, Güven elipsleri (Confidence ellipses) oluşturmuşlar ve sonuçta, Güven elipslerinin, grafiksel gösterim sonuçlarının yorumlanmasını kolaylaştırdığını vurgulamışlardır.

Abascal ve ark. (2013), Çoklu faktör analizinin, global tablolara Temel bileşenler analizinin icra edilmesi ile yapılabildiğini ve bunun için de öncelikle her bir tablonun kendi birinci özdeğerinin inversi alınarak ağırlıklandırılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca Çoklu faktör analizinin kategorik ve sürekli değişkenlerden oluşan tablolara da uygulanabildiğini ve bu anlamda yöntemin, Temel bileşenler analizi ve Çoklu uyum analizi ile ilişkili olduğunu vurgulamışlardır. Diğer yandan Çoklu uyum analizi ve Temel bileşenler analizinin de birbiri ile yakından ilişkili yöntemler olduğunu ifade etmişlerdir.

Husson ve Josse (2013), Çoklu faktör analizinin, Temel bileşenler analizi ve Çoklu uyum analizi gibi analiz yöntemlerine benzer olduğunu ve ikiden fazla tablonun birleştirilerek analiz edilmesine olanak sağladığını belirterek, Çoklu faktör analizinde sürekli ve kategorik değişken tiplerinin yer alabileceğini ifade etmişler ve çalışmalarında eksik veri içeren tablolarda, Çoklu faktör analizini icra edecek bir algoritma önermişlerdir.

Kostov ve ark. (2014), duyusal analizlerde, tüketici tercihlerinin belirlenmesinde, değerlendiricilere ait tabloların birleştirilerek analiz edilmesinde, Kontenjans tablolarında çoklu faktör analizi (Multiple factor analysis for contingency

tables) yöntemini kullanmışlardır. Çalışma sonucunda, çoklu tabloların birleştirilerek analiz edilmesinde, kontenjans tablolarında çoklu faktör analizinin, Çoklu uyum analizine kolaylıkla adapte edilebileceğini ifade etmişlerdir.

Türe ve ark. (2015), 2002-2012 yılları arasında farklı yaş gruplarındaki bireylerde intihar nedenlerinin, cinsiyet ve diğer değişkenlere göre değişimini incelemek amacıyla kontenjans tablolarında çoklu faktör analizi yöntemini kullanmışlar ve çalışma sonucunda birinci boyutun toplam varyasyonun %58.82'sini, ikinci boyutun ise %15.30'unu açıkladığını belirterek, yıllara göre intihar nedeni, yaş ve cinsiyet arasında önemli ilişkiler bulunduğunu vurgulamışlardır.

Voillet ve ark. (2016), omics veri entegrasyonu çalışmalarında, çeşitli nedenlerle, eksik veri bulunmasının, yaygın bir durum olduğunu ve birçok istatistik yöntemin, eksik veri kümelerine doğrudan uygulanamadığını vurgulayarak, çoklu atama (Multiple imputation, MI) yaklaşımı ile Çoklu faktör analizini önermişlerdir. "MI-MFA" olarak adlandırdıkları yöntemin performansını iki gerçek "omik" veri seti üzerinde değerlendirmişlerdir. Sonuçta MI-MFA konfigürasyonlarının gerçeğe yakın bulunduğunu ve MI-MFA'nın eksik satırlara rağmen, ilk MFA bileşenlerindeki bireylerin koordinatlarını tahmin etmede kullanışlı olabileceğini belirtmişlerdir.

Naes ve ark. (2017), ikiden fazla tablonun birlikte (eşzamanlı) analiz edilmesinde kullanılan Çoklu faktör analizi ve Bireysel farklılıkları ölçekleme (Individual differences scaling, INDSCAL) yöntemlerinin anlaşılması için genel bir çerçeve önermişlerdir. İki yöntem sonuçlarını değerlendirmek ve aralarındaki ilişkiyi belirlemek üzere, R_V ve SMI (Similarity of matrices index) katsayılarını kullanmışlardır. Simulasyon ve üç veri seti üzerinde yaptıkları çalışma sonucunda, iki yöntem arasında güçlü benzerlik olduğunu ifade etmişlerdir.

Visbal-Cadavid ve ark. (2020), Kolombiya'da Devlet Üniversitesi sistemine ait Yüksek Öğrenim Enstitüsü'nün, yönetim belirleyicilerini Çoklu faktör analizi ile incelemişlerdir. Analiz sonucunda Çoklu faktör analizinin, Standart Temel bileşenler analizine göre daha fazla bilgi sağlayan ve farklı tipteki (nitelikteki) değişkenlerin birlikte analiz edilmesine imkân veren bir yöntem olduğunu vurgulamışlardır.

Ossani ve ark. (2021), çalışmalarında, Çoklu faktör analizi kullanılarak, değişkenlerin gruplandırılmasında, boyut indirgemek üzere, kullanılan projeksiyon izleme (projection pursuit) için yeni bir indeks önermişlerdir. Farklı senaryolarda yapılan simülasyon çalışması sonucunda, yeni indeksin, tekil değer ayrışımında, varyans kovaryans matrisi yapısını koruma bakımından etkili olduğunu ve Çoklu faktör analizini kullanmak üzere verilerin indirgenmesinde yeterli olduğunu vurgulamışlardır.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

3.1. Gereç

Çalışmada, uygulama materyali olarak, serbest erişimli veri sitesinden (https://www.kaggle.com/murugeshm1/body-performance-analysis/data: Erişim tarihi: 20.11.2021) sağlanan verilerin bir kısmını kullanılmıştır. Uygulama, üç duruma (senaryoya) göre yapılmıştır. Birinci durumda; Yaş (yıl) değişkeni, antropometrik ölçümler olarak adlandırılan; Boy (cm), Ağırlık (kg) ve Yağ oranı (%) ile birlikte, bir blok olarak alınmış ve birinci tabloda yer almıştır. Diyastolik kan basıncı (mm Hg) ve Sistolik kan basıncı (mmHg) ikinci tabloyu oluşturmuş ve 'El kavrama', 'Otur eriş' 'Çömel kalk' ve 'Yatay sıçrama' özellikleri ise üçüncü tabloda yer almıştır. Böylece birinci tablo 4, ikinci tablo 2 ve üçüncü tablo ise 4 sürekli değişkenden oluşmuştur. İkinci ve üçüncü durumda, kategorik değişkenin de tabloda yer almasını sağlamak üzere; bireylerin yaşları 5 gruba ayrılmıştır. Buna göre değişkenlerin yaş gruplarına göre ortalamaları Tablo 1'de verilmiştir. İkinci durumda; sırası ile; 3, 2 ve 4 değişkenden oluşan üç tablo kullanılarak Çoklu faktör analizi yapılmıştır. Bu tablolar; 'Antropometrik', 'Kan basıncı' ve 'Performans' tablosu olarak adlandırılmıştır. Üçüncü durumda ise iki değişken içeren ikinci tablo (Kan basıncı tablosu) çıkarılarak, iki tablo ile Çoklu faktör analizi yapılmıştır.

Tablo 1. Özellikler (değişkenler) ve ortalamaları

	Antropometrik			Kan Basıncı		Performans			
Yaş Gr	Boy (cm)	Ağırlık (kg)	Yağ Oranı (%)	DKB (mmHg)	SKB (mmHg)	El Kavrama	Otur Eriş	Çömel Kalk	Yatay Sıçrama
20-30	170.20	67.61	20.10	75.43	125.62	44.23	16.96	57.00	209.00
31-40	173.59	74.09	21.15	79.46	133.00	41.26	15.70	47.62	202.00
41-50	164.59	63.90	23.75	77.40	129.00	33.94	13.06	40.70	190.90
51-60	162.70	65.62	25.76	80.00	136.00	35.50	21.00	35.00	170.00
61>	169.00	70.70	30.50	93.00	141.00	39.30	4.00	30.00	150.00

DKB: Diyastolik kan basıncı (mmHg), SKB: Sistolik kan basıncı (mmHg)

3.2. Yöntem

Çoklu faktör analizi, Çok bloklu (tablolu) analiz olarak da bilinir. Temel bileşenler analizinin genişletilmiş hali olarak Genelleştirilmiş temel bileşenler analizi

olarak da düşünülebilir (Abdi ve ark., 2013). Çoklu faktör analizi, genel olarak aynı deneklerin farklı bölgelerinden alınan ölçümlerle oluşan veya zamana bağlı olarak ortaya çıkan bağımlılık durumunda kullanılabilmektedir. Farklı değişken tipi (sürekli, kategorik) içeren tabloların veya blokların eş zamanlı analizini yapma imkânı sunar.

3.2.1. Notasyonlar

Genel olarak **A**, **B**, **X** ve **Y** gibi büyük koyu harfler matrisleri, **a**, **b**, **x** ve **y** gibi küçük koyu harfler de vektörleri göstermek için kullanılmaktadır. Matrisin *i.* satır ve *j.* sütununda yer alan matris elemanları da x_{ij} veya a_{ij} olarak ifade edilmektedir.

Çoklu faktör analizinde, farklı tip değişkenlerden oluşan tablolar (bloklar) birleştirilir. Bu birleştirilmiş tablolar, küresel tablo olarak da adlandırılan global tabloyu oluşturur. Böylece bloklar, küresel matrisin alt matrisi gibi işlem görür. Küresel veya global tabloyu oluşturan matrisler dik çizgi ile birbirinden ayrılarak, köşeli parantez içeresinde "$\mathbf{A}=[\mathbf{A}_1|\mathbf{A}_2]$" olarak gösterilir (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

Birim vektör ve birim matris; sırası ile **1** ve I ile gösterilirken, Herhangi bir **A** matrisinin transpozu $\mathbf{A}^T$ ile inversi (tersi) ise $\mathbf{A}^{-1}$ ile gösterilebilir. Herhangi bir **A** matrisinin izi ise bu matrisin birinci köşegen (diyagonal) elemanları toplamıdır.

Çoklu faktör analizinde, toplam blok veya tablo sayısı K ile gösterildiğinde; her tablonun (bloğun) boyutu '$IxJ_{[k]}$' dır. Matriste I ve J sırası ile *k.* tablo için gözlem ve değişken sayısını göstermektedir (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

Global veya küresel matrisi oluşturan K adet tablo için veri matrisi ($\mathbf{A}_{[k]}$); '$\mathbf{A}=[\mathbf{A}_{[1]}| \ldots |\mathbf{A}_{[K]}]$' olarak birleştirilir. Çoklu uyum analizine benzer şekilde, Çoklu faktör analizinde de kütle veya mass 'm_i' ile gösterilir. Matrisin kütle değerleri, satır veya sütuna bağlı olarak, satır kütlesi veya sütun kütlesi (**m**) olarak ifade edilebilir.

3.2.2. Çoklu faktör analizinin adımları

Çoklu faktör analizi iki aşamalı olarak yürütülür: Birinci aşamada, global matrisi oluşturan tablolar, içermiş olduğu değişken tipine göre Temel bileşenler analizi veya Çoklu uyum analizine tabi tutulur. Her tablo için Temel bileşenler analizi yapılması

sonucunda, birinci özdeğer, Çoklu uyum analizi yapılması sonucunda da birinci tekil değer dikkate alınır.

Her tablo için; "$\mathbf{X}_{[k]} = \mathbf{U}_{[k]}\mathbf{\Gamma}_{[k]}\mathbf{V}^{T}_{[k]}$; $\mathbf{U}_{[k]}{}^{T}\ \mathbf{U}_{[k]} = \mathbf{V}_{[k]}{}^{T}\ \mathbf{V}_{[k]} = \mathbf{I}$" olacak şekilde tekil değer ayrışımı yapılır. Tekil değer ayrışımında yer alan $\mathbf{U}_{[k]}$, $\mathbf{X}_{[k]}$ veri matrisinin sol tekil vektörü iken $\mathbf{V}_{[k]}$ sağ tekil vektörüdür.

Böylece, her tablo için '$\mathbf{G}_{[k]} = \mathbf{U}_{[k]}\mathbf{\Gamma}_{[k]}$' eşitliğine dayalı faktör skorları elde edilebilir. Orijinal veri matrisi olan $\mathbf{X}_{[k]}$' nın tekil değerleri, büyükten küçüğe doğru azalan sırada $\mathbf{\Gamma}_{[k]}$ matrisinin birinci köşegen (diyagonal) elamanlarıdır.

Diğer bir ifade ile diag $\{|\mathbf{\Gamma}_{[k]}\} = [\gamma_{1,\,k},\ \ldots, \gamma_{l,\,k},\ \ldots,\ \gamma_{L,\,k}]$ dir.

Böylece global matrisi yada tabloyu oluşturan her bir tablo, kendi birinci tekil değeri veya özdeğeri dikkate alınarak global matriste ağırlıklandırılmış olur. Bu ağırlık değerleri α_k ile gösterilir ve "$\alpha_k = 1 / \gamma^{2}_{1,k} = \gamma_{1,k}{}^{-2}$" dır (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

Çoklu faktör analizinin ikinci aşamasında; Ağırlıklandırılmış temel bileşenler analizi (weighted PCA) yapılır. Her tablo için ağırlıklandırılımış değerler, ikinci aşamada kullanılır. Diğer bir ifade ile global tabloyu oluşturan her tablo için elde edilen ağırlık değerleri ile Genelleştirilmiş temel bileşenler analizi icra edilir (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

Tablolarda yer alan gözlemler için **kütle** (mass) matrisi **M**, ile gösterildiğinde, Genelleştirilmiş tekil değer ayrışımı;

$$\mathbf{X} = \mathbf{P}\,\mathbf{\Delta}\,\mathbf{Q}^{T}\ \ [\mathbf{P}^{T}\mathbf{M}\mathbf{P} = \mathbf{Q}^{T}\mathbf{A}\mathbf{Q} = \mathbf{I}] \qquad (1)$$

olarak yazılır. Eşitlik (1) ile yapılan Genelleştirilmiş tekil değer ayrışımı, **X** veri matrisine yapılan Genelleştirilmiş temel bileşenler analizi ile eşdeğerdir. Böylece tablolarda yer alan değişkenler ve gözlemler için sırası ile faktör yükleri ve skorları elde edilebilir. Eşitlik (1)' de yer alan **P** ve **Q** matrislerinin sütunları temel bileşen veya boyut olarak adlandırılır. Çoklu faktör analizinde; sonuçlar genellikle iki boyutlu

uzayda gösterilir. Bu durumda, en yüksek özdeğere sahip ilk iki sütun, iki boyutlu uzayda koordinatlara karşılık gelir. Yukarıda verilen Eşitlik (1), Temel bileşenler analizinde;

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}\mathbf{Q}^{T} \quad [\mathbf{F} = \mathbf{P}\Delta]$$

olarak yazılır. Eşitlikte yer alan **F**, her bir gözlem için faktör skorları matrisi, **Q** ise değişkenlere ait yükler matrisidir.

3.2.3. Faktör skorları

Orijinal değişkenlerin doğrusal kombinasyonlarından elde edilen yeni değişkenler, Faktör veya Temel bileşen olarak adlandırılır. Bu faktörlere veya Temel bileşenlere göre de her bir gözlem için skor değeri elde edilebilir. Bu skor değerleri de faktör veya temel bileşen skoru olarak adlandırılır. Faktör skorları, $\mathbf{F} = \mathbf{P}\Delta$ eşitliği ile elde edilebilir. Faktör skorlarına ait değişimi ifade eden varyans, kütle matrisinden (**M**) hesaplanabilir. Varyans değerleri, $\mathbf{F}^{T}\mathbf{MF}$ matrisinin birinci köşegen (diyagonal) elemanlarıdır. Bu varyanslar, tekil değer ayrışımından elde edilen tekil değerlerin kareleri olup;

$$\mathbf{F}^{T}\mathbf{MF} = \Delta\mathbf{P}^{T}\mathbf{MP}\Delta = \Delta^{2}$$

olarak yazılır. Standart temel bileşenler analizine benzer şekilde **F** matrisi;

$\mathbf{F} = \mathbf{PA} = \mathbf{XAQ}$ olarak yazılır (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

3.2.4. Gözlemler, değişkenler ve tabloların boyutlara olan katkıları

Çok değişkenli analizlerde elde edilen özdeğerler, faktörün veya temel bileşenin, daha genel bir ifade ile boyutun etkisini veya önemini gösterir. Diğer bir ifade orijinal değişkenlere ait varyasyonun ilgili temel bileşenle, faktörle veya boyutla açıklanabilen kısmını belirtir (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

Çok değişkenli analiz yöntemlerinin birçoğunda boyut indirgeme işlemi yapılır. Boyut indirgeme işlemlerinde, orijinal değişkenlere ait toplam varyansın, indirgenen

boyutlarla açıklanabilen kısmının olabildiğince yüksek olması istenir. Bu durumda herhangi bir *l.* Boyut için özdeğer

$\lambda_l = \sum_k m_i x\ f_{il}^2$ eşitliği ile yazılabilir. Eşitlikte m_i, *i*. gözleme ait kütle (mass), f_{il} ise *i*. gözlemin *l*. boyuttaki faktör skorudur. Buradan *i*. gözlemin *l*. boyuta katkısı;

$katkı_{il} = m_i \text{ x } f_{il}^2 / \lambda_l$ olarak yazılabilir. Katkı olarak ifade edilen değer, en küçük sıfır (0) en büyük bir (1) değerini alır. Diğer bir ifade ile bütün gözlemlerde katkıların toplamı 1 olur. Katkı değerinin büyük olması, gözlemin faktöre veya bileşene yüksek katkı sağladığını ifade eder. Ortalamanın üzerinde katkı sağlayan gözlemlerin önemli olduğu kabul edilmekle birlikte, bootstrapa dayalı yalancı t istatistikleri de hesaplanmaktadır (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

3.2.5. Değişkenin boyuta katkısı

Orijinal değişkenlerin boyutlara katkısı belirlenmek istenebilir. Ağırlıklar α, ile gösterildiğinde, değişkenlere ait yüklerin varyansı 1'e eşittir. Global tabloyu oluşturan her bir tabloda yer alan değişkenlerin, eşit α ağırlığını aldığı varsayıldığında; ve *i*. değişken için α ağırlığı, "a_j" ile gösterildiğinde;

$\sum_k a_j x\ q_{jl}^2 = 1$ eşitliği yazılır. Eşitlikte yer alan q_{il}, *l*. boyut için i. değişkenin yüküdür. Eşitlikte, "a_j x q_{il}^2" terimleri pozitif yada 0' dır. Bu durumda herhangi bir orijinal değişkenin boyuta katkısı, bu değişkene ait ağırlıklandırılmış yük değerinin karesi olarak ifade edilebilir. Böylece *j*. değişkenin *l*. boyuta katkısı;

$katkı_{jl} = a_j \text{ x } f_{jl}$

olarak yazılır (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

Orijinal değişkenlerin boyutlara katkısı en küçük 0, en büyük 1'dir. Böylece herhangi bir faktör veya bileşen için bütün orijinal değişkenlerin katkıları toplamı 1 olur. Katkının 1' e yaklaşması, orijinal değişkenin bileşene yüksek katkı sağladığını ifade eder.

3.2.6. Tablonun boyuta katkısı

Çoklu faktör analizi, global tabloyu oluşturan, birden fazla tabloyu birlikte analiz eder. Bu nedenle de global tabloda yer alan her bir tablonun katkısı da hesaplanmak istenebilir. Global tabloyu oluşturan her bir tablo, farklı sayıda değişkenlerden oluşabileceği gibi farklı değişken tiplerini de içerebilir. Her bir tablonun katkısı, içerdiği değişkenlerin katkısı ile ilişkilidir ve tabloda yer alan değişkenlerin katkılarının kareleri toplamına eşittir. Böylece global tabloda yer alan herhangi bir *k.* tablo için katkı;

$\text{Katkı}_{kl} = \sum_{j}^{J_{|k|}} \text{katkı}_{j,l}$ olarak yazılır (Abdi ve ark., 2013; Keskin ve Keskin, 2021).

3.2.7. Tablolar arası benzerlik

Global tabloyu oluşturan tablolar arasında, ikili ikili olmak üzere benzerlik katsayısı hesaplanabilir. Bunun için Escofier tarafından önerilen R_v katsayısı yaygın olarak kullanılmaktadır. Escofier R_v katsayısı, matris olarak da ifade edilebilen iki tablo arasındaki merkezileştirilmemiş korelasyon katsayısının karesidir. Escofier R_v katsayısı, en küçük 0, en büyük 1 değerini alır alır. Bu katsayı, global tablonun veya matrisin herhangi iki tablosu tarafından ortak paylaşılan varyans miktarını ifade eder. Buna göre herhangi iki *k* ve *k′* tabloları arası R_v katsayısı

$$\text{Rv}_{k,k'} = \frac{\text{iz}\{[X_{|k|}X_{|k|}^{T}]\ \text{x}[X_{|k'|}X_{|k'|}^{T}]\}}{\sqrt{\text{iz}\{[X_{|k|}X_{|k|}^{T}]\text{x}[X_{|k|}X_{|k|}^{T}]\}\text{xiz}\{[X_{|k'|}X_{|k'|}^{T}]\text{x}[X_{|k'|}X_{|k'|}^{T}]\}}}$$ eşitliği ile hesaplanır.

Tablolar arası benzerliği hesaplamada, bu eşitliğe benzer olmakla birlikte, küçük farklılık gösteren L_g katsayısı da vardır. L_g katsayısı ise

$$\text{Lg}_{k,k'} = \frac{\text{iz}\{[X_{|k|}X_{|k|}^{T}]\ \text{x}[X_{|k'|}X_{|k'|}^{T}]\}}{\gamma_{1,k}^{2}\text{x}\gamma_{1,k'}^{2}} = \text{iz}\{[X_{|k|}X_{|k|}^{T}]\ \text{x}[X_{|k'|}X_{|k'|}^{T}]\}\text{x}(\alpha_{k}\text{x}\alpha_{k'})$$ eşitliği ile

hesaplanır (Abdi ve ark., 2013).

4. BULGULAR

Yaşın sürekli değişken olarak alınıp; birinci tablonun 4, ikinci tablonun 2 ve üçüncü tablonun da 4 değişken içerdiği üç tablolu birinci duruma (senaryoya) göre Çoklu faktör analizi yapılmıştır. Buna göre faktörlere ait özdeğerler ve açıklanan varyans oranları ve eklemeli açıklanan varyans oranları Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2. Birinci durum için özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%).

	F_1	**F_2**	**F_3**	**F_4**
Özdeğer	**2.683**	**1.170**	0.244	0.121
Açıklanan varyans oranı (%)	**63.609**	**27.735**	5.779	2.877
Eklemeli açıklanan varyans oranı (%)	**63.609**	**91.344**	97.123	100.000

Tablo 2 ' de görüldüğü üzere özdeğeri 1' den büyük olan ilk iki faktör birlikte, toplam varyansın %91.344'ünü açıklamıştır. Böylece, 3 tabloda yer alan toplam 10 adet orijinal değişken arası ilişki, iki boyuta (faktöre) indirgenerek (X ve Y) 2 boyutlu koordinat ekseninde gösterilmek istendiğinde, orijinal değişkenlere ait varyasyonun, %91.344'ü açıklanabilecek veya diğer bir ifade ile 10 değişken arasındaki varyasyon, % 8.656 lık kayıpla iki boyutlu uzayda gösterilebilecektir.

Özdeğeri 1' den büyük olan ilk iki faktör için orijinal değişkenler ile faktörler arasındaki korelasyonlar diğer bir ifade ile orijinal değişkenlere ait faktör yükleri ve bu değişkenlerin boyutlara olan katkıları Tablo 3' te verilmiştir.

Tablo 3. Birinci durum için değişkenlere ait faktör yükleri ve katkılar.

	Faktör yükleri		**Değişkenlerin katkıları (%)**	
Değişkenler	**F_1**	**F_2**	**F_1**	**F_2**
Yaş	**0.985**	-0.160	**14.833**	0.895
Boy	-0.336	**0.931**	1.725	**30.393**
Ağırlık	0.041	**0.931**	0.026	**30.368**
Yağ oranı	**0.989**	-0.020	**14.946**	0.015
DKB	**0.901**	0.413	**15.971**	7.694
SKB	**0.924**	0.230	**16.788**	2.380
El kavrama	-0.466	**0.775**	3.079	**19.586**
Otur eriş	**-0.630**	-0.468	5.634	**7.139**
Çömel kalk	**-0.965**	0.210	**13.236**	1.431
Yatay sıçrama	**-0.984**	0.055	**13.761**	0.099

Tablo 3'te görüldüğü üzere, değişkenlerden; Boy, Ağırlık ve El kavrama ikinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunurken, diğer değişkenler birinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunmuştur.

Değişkenlerin faktörlere olan katkıları (%) incelendiğinde; en yüksek değerin yaklaşık %30.4 ile Boy ve Ağırlık değişkenlerinin ikinci faktöre yapmış oldukları katkılar olduğu görülür. İkinci faktöre katkıda, bu değişkenleri, yaklaşık %19.6 ile El kavrama izlemiştir.

SKB değişkeni %16.788 ile birinci faktöre en yüksek katkıyı sağlarken, bunu %15.971 ile DKB ve %14.946 ile Yağ oranı izlemiştir. Çömel kalk ve Yatay sıçrama değişkenlerinin katkıları ise sırası ile %13.236 ve %13.761 olmuştur.

Tabloların (blokların) iki boyutlu uzaydaki koordinatları ve boyutlara olan katkıları Tablo 4'te verilmiştir. Tablo 4' te görüldüğü üzere, Kan basıncı, Performans ve Antropometrik tablo, birinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunmuştur. Antropometrik ölçümler %61.674 ile ikinci faktöre en yüksek katkıyı sağlarken, Kan basıncı ve Performans ise sırası ile %32.759 ve %35.710 ile birinci faktöre yüksek katkı sağlamıştır.

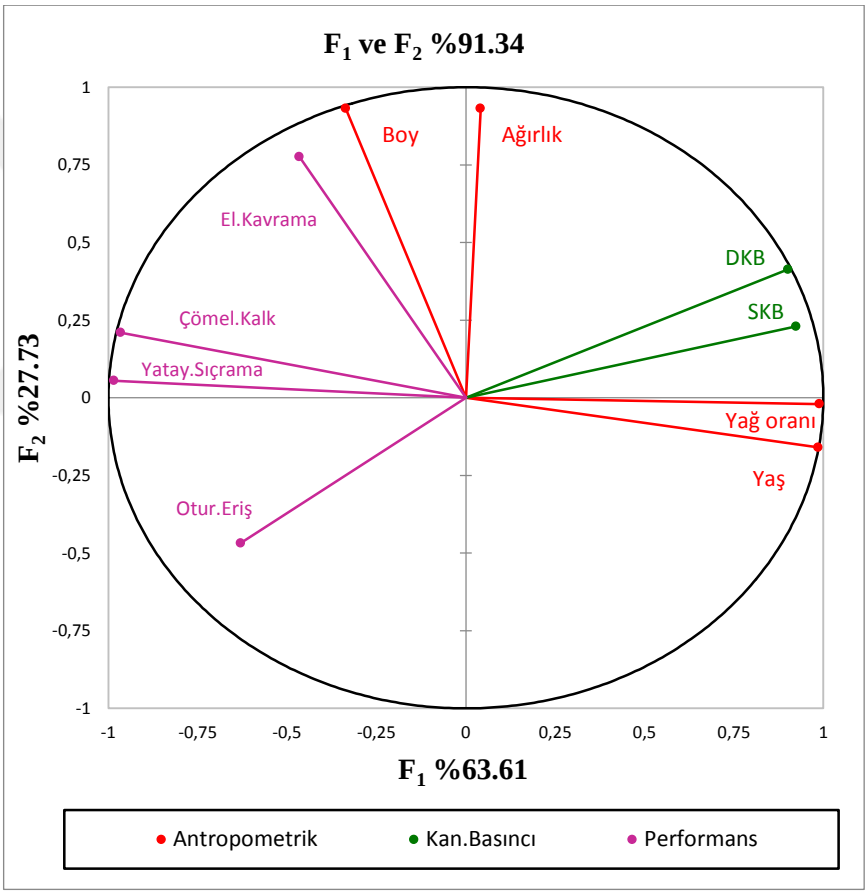
Tablo 4. Birinci durum için tabloların iki faktöre göre koordinatları ve faktörlere olan katkıları (%).

	Koordinatlar		**Katkılar (%)**	
	F_1	F_2	F_1	F_2
Antropometrik	**0.846**	0.721	31.531	**61.671**
Kan Basıncı	**0.879**	0.118	**32.759**	10.075
Performans	**0.958**	0.331	**35.710**	28.255

Tablo 5. L_g ve R_v katsayıları.

	Lg katsayıları				**Rv katsayıları**			
	Antropometrik	Kan. Basıncı	Performans	MFA	Antropometrik	Kan Basıncı	Performans	MFA
Antropometrik	1.371	0.718	1.039	1.166	1			
Kan Basıncı	0.718	1.003	0.788	0.935	0.613	1		
Performans	1.039	0.788	1.175	1.119	0.818	0.726	1	
MFA	1.166	0.935	1.119	1.200	0.909	0.852	0.942	1

Bloklar (tablolar) arası L_g ve R_v katsayıları Tablo 5' te verilmiştir. Daha önceden de belirtildiği üzere; L_g katsayıları, tablolar arasındaki ikili ilişkileri göstermektedir. R_v katsayıları, L_g katsayıları ile ilişkili olarak hesaplanmakta ve 0 ile 1 arasında değer almaktadır. Bu nedenle de R_v katsayıları, L_g katsayılarına göre biraz daha kolay yorumlanabilmektedir. Tablo 5' te görüldüğü üzere; Antropometrik değişkenleri içeren tablo ile Kan basıncı değişkenlerini içeren tablo arasındaki Rv katsayısı %44.8 olarak bulunurken, Performans ile Kan basıncı değişkenleri tabloları arasındaki R_v katsayısı %72.6 olarak bulunmuştur. Her üç tablonun da genel tablo ile diğer bir ifade ile Çoklu faktör analizi tablosu ile korleasyonları %80' nin üzerinde bulunmuştur.



Şekil 1. Birinci durum için değişkenlerin iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu.

Üç tabloda yer alan orijinal değişkenlerin veya özelliklerin iki boyutlu uzaydaki yapılandırması (konfigürasyonu) Şekil 1'de verilmiştir. Şekil 1'de görüldüğü üzere; toplam varyasyonun %63.61'ini açıklayan birinci boyuta göre Ağırlık, DKB, SKB, Yağ

oranı ve Yaş birinci boyuta göre pozitif bölgede yer alırken, diğer değişkenler negatif bölgede yer almıştır. Birinci boyuta göre pozitif bölgede yer alan DKB ve SKB arasında yüksek pozitif korelasyon gözlenmiştir. Benzer şekilde Yaş ile Yağ oranı arasında da yüksek yüksek korelasyon gözlenmiştir. İkinci boyuta göre ise en yüksek korelasyon Boy ile Ağırlık arasında gözlenmiştir.

Yaşın kategorik değişken olarak alınıp; birinci tablonun 3, ikinci tablonun 2 ve üçüncü tablonun da 4 değişken içerdiği üç tablolu ikinci duruma (senaryoya) göre yapılan Çoklu faktör analizi sonucunda; elde edilen faktörlere ait özdeğerler, açıklanan varyans oranları ve eklemeli açıklanan varyans oranları Tablo 6' da verilmiştir.

Tablo 6' da görüldüğü üzere, birinci faktör, orijinal değişkenler arası varyansın %58.313'ünü açıklarken, ikinci faktör %32.476'sını açıklamıştır.

Tablo 6. İkinci durum için özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%)

	F_1	F_2	F_3	F_4
Özdeğer	2.397	1.335	0.253	0.126
Açıklanan varyans oranı (%)	58.313	32.476	6.147	3.065
Eklemeli açıklanan varyans oranı (%)	58.313	90.788	96.935	100.000

Özdeğeri 1' den büyük olan bu iki faktör birlikte toplam varyansın %90.788'ini açıklamıştır. Buna göre Çoklu faktör analizinde, global tabloyu oluşturan 3 tabloda yer alan toplam 9 değişken arası ilişki, özdeğeri 1' den büyük olan iki faktörle, iki boyuta (faktöre) indirgenerek X ve Y gibi 2 boyutlu koordinat ekseninde gösterildiğinde; 9 değişkene ait varyasyonun %90.788'i iki boyutla veya faktörle açıklanabilir bulunmuştur.

İki faktöre göre orijinal değişkenlere ait faktör yükleri, diğer bir ifade ile orijinal değişkenler ile faktörler arasındaki korelasyon katsayıları, değişkenlerin ve yaş gruplarının boyutlara olan katkıları ile birlikte Tablo 7' de verilmiştir. Tablo 7' de görüldüğü üzere, orijinal değişkenlerden; Boy, Ağırlık ve El kavrama ikinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunurken, diğer değişkenler birinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunmuştur.

Değişkenlerin faktörlere olan katkıları (%) incelendiğinde; en yüksek değerin yaklaşık %34 ile Boy ve Ağırlık değişkenlerinin ikinci faktöre yapmış oldukları katkılar olduğu, en düşük katkının ise yaklaşık %7 ile Otur eriş değişkeninin birinci faktöre yapmış olduğu katkı olduğu görülür.

Tablo 7. İkinci durum için değişken ve yaş gruplarına ait faktör yükleri ve katkılar

	Faktör yükleri		Değişkenlerin katkıları (%)		Yaş gruplarının katkıları (%)		
Değişkenler	F_1	F_2	F_1	F_2	Yaş grupları	F_1	F_2
Boy	-0.307	**0.944**	2.006	**34.092**	20-30	**34.063**	1.686
Ağırlık	0.065	**0.943**	0.091	**34.018**	31-40	6.868	**30.178**
Yağ oranı	**0.990**	-0.057	**20.882**	0.126	41-50	0.590	**27.595**
DKB	**0.916**	0.379	**18.467**	5.675	51-60	3.205	**27.097**
SKB	**0.927**	0.210	**18.895**	1.741	61>	**55.275**	13.444
El kavrama	-0.437	**0.777**	3.030	**17.218**			
Otur eriş	**-0.652**	-0.433	**6.753**	5.347			
Çömel kalk	**-0.956**	0.233	**14.521**	1.556			
Yatay sıçrama	**-0.983**	0.089	**15.356**	0.228			

Yağ oranı %20.88 değeri ile birinci faktöre en yüksek katkıyı sağlarken, bunu %18.90 ile SKB ve %18.47 ile DKB izlemiştir. Çömel kalk ve Yatay sıçrama değişkenlerinin katkıları ise sırası ile %14.52 ve %15.36 olurken, birinci faktöre en düşük katkı, %6.75 ile Otur eriş değişkeninde gözlenmiştir.

Yaş gruplarının faktörlere olan katkıları incelendiğinde; ikinci faktörde %30.18 ile 31-40 yaş aralığı ilk sırayı alırken, bunu %27.60 ile 41-50 yaş aralığı ve %27.10 ile 51-60 yaş aralığı izlemiştir. Birinci faktörde ise %55.28 ile 61 yaş ve üstü en yüksek katkıyı sağlarken, bunu %34.06 ile 20-30 Yaş aralığı izlemiştir.

Tabloların (blokların) iki boyutlu uzaydaki koordinatları ve boyutlara olan katkıları Tablo 8'de verilmiştir. Tablo 8' de görüldüğü üzere, Kan basıncı ve Performans tablosu, birinci faktörle yüksek korelasyonlu olurken, Antropometrik ölçümler ikinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunmuştur.

Tablo 8. İkinci durum için tabloların iki faktöre göre koordinatları ve faktörlere olan katkıları (%)

	Koordinatlar		**Katkılar (%)**	
	F_1	F_2	F_1	F_2

Antropometrik	0.551	**0.911**	22.979	**68.236**
Kan Basıncı	**0.895**	0.099	**37.362**	7.416
Performans	**0.951**	0.325	**39.659**	24.349

Antropometrik ölçümler içeren tablo, %68.24 ile ikinci faktöre en yüksek katkıyı sağlarken, Kan basıncı ve Performans tabloları; sırası ile %37.36 ve %39.66 ile birinci faktöre yüksek katkı sağlamıştır.

Tablo 9. İkinci durum için L_g ve R_v katsayıları

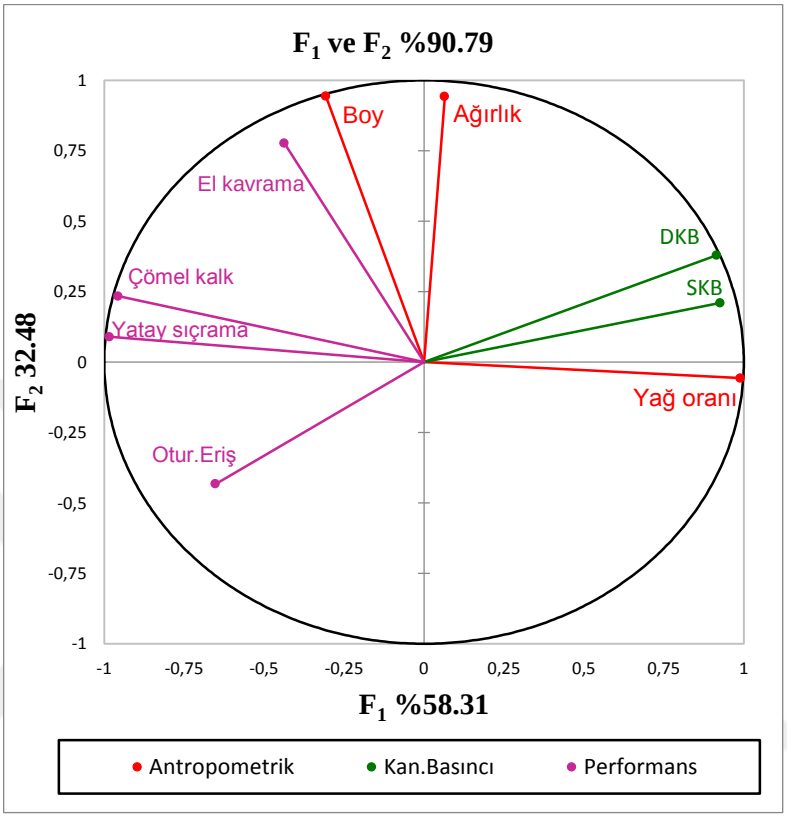
	L_g katsayıları				**R_v katsayıları**			
	Antropometrik	Kan. Basıncı	Performans	MFA	Antropometrik	Kan Basıncı	Performans	MFA
Antropometrik	1.251	0.502	0.798	1.064	1			
Kan Basıncı	0.502	1.003	0.788	0.957	0.448	1		
Performans	0.798	0.788	1.175	1.152	0.658	0.726	1	
MFA	1.064	0.957	1.152	1.324	0.827	0.830	0.924	1

Bloklar (tablolar) arası L_g ve R_v katsayıları Tablo 9' da verilmiştir. Tablo 9' da görüldüğü üzere; Antropometrik değişkenleri içeren tablo ile Kan basıncı değişkenlerini içeren tablo arasındaki Rv katsayısı %44.8 olarak bulunurken, Performans ile Kan basıncı tablosu arasındaki Rv katsayısı %72.6 olarak bulunmuştur. Her üç tablonun da genel tablo ile diğer bir ifade ile Çoklu faktör analizi tablosu ile korleasyonları %80' nin üzerinde olmuştur.

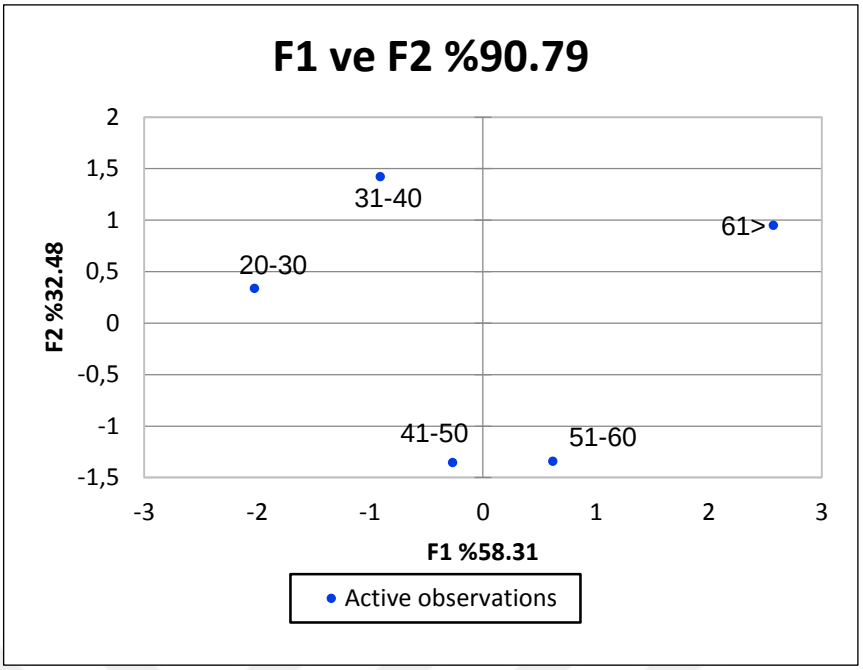
Orijinal değişkenlerin (özelliklerin) iki boyutlu uzaydaki yapılandırması (konfigürasyonu) Şekil 2' de verilmiştir. Şekil 2' de görüldüğü üzere; toplam varyasyonun %58.31' ini açıklayan birinci boyuta göre Ağırlık, DKB, SKB ve Yağ oranı birinci boyuta göre pozitif bölgede yer alırken, diğer değişkenler negatif bölgede yer almıştır. Birinci boyuta göre pozitif bölgede yer alan DKB ve SKB arasında yüksek pozitif korelasyon gözlenmiştir. İkinci boyuta göre en yüksek korelasyon ise Boy ile Ağırlık arasında gözlenmiştir.

Yaş gruplarının iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu Şekil 3'te verilmiştir. Şekil 3'te görüldüğü üzere, yaş grupları arasındaki benzerlikler dört bölgede dağılım göstermiştir. 61 ve üzeri Yaş grubu, her iki boyuta göre de pozitif bölgede yer alırken, 41-50 Yaş grubu ise her iki boyuta göre de negatif bölgede yer almıştır. 20-30 ve 31-40

Yaş grubu ise birinci boyuta göre negatif, ikinci boyuta göre ise pozitif bölgede yer almıştır 51-60 Yaş grubu ise birinci boyuta göre pozitif, ikinci boyuta göre negatif bölgede yer almıştır.



Şekil 2. İkinci durum için değişkenlerin iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu



Şekil 3. İkinci durum için yaş gruplarının iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu

Üçüncü durumda, değişken tablolarından Kan basıncı değişkenlerine ait tablo çıkarılarak geri kalan iki tablo ile Çoklu faktör analizi yapılmıştır. İki tablo ve yedi değişkene göre Özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%) Tablo 10' da verilmiştir.

Tablo 10. Üçüncü durum için özdeğerler ve açıklanan varyans oranları (%)

	F_1	F_2	F_3	F_4
Özdeğer	1.688	1.060	0.187	0.120
Açıklanan varyans oranı (%)	55.246	34.684	6.131	3.939
Eklemeli açıklanan varyans oranı (%)	55.246	89.930	96.061	100.000

Orijinal değişkenler arası ilişki iki boyuta indirgenip, iki boyutlu uzayda gösterildiğinde orijinal değişkenler arası varyasyon, yaklaşık %10 kayıpla, iki boyutta gösterilebilir. Diğer bir ifade tablolarda yer alan (toplam) 7 adet orijinal değişken arası ilişki, özdeğeri 1' den büyük olan iki faktör ile X ve Y gibi 2 boyutlu koordinat ekseninde gösterildiğinde; orijinal değişkenler ait varyasyonun %89.93'ü açıklanabilir bulunmuştur.

Orijinal değişkenler ile faktörler arası ilişkiyi gösteren faktör yükleri veya orijinal değişkenler ile faktörler arasındaki korelasyon katsayıları ve yaş gruplarının boyutlara (koordinatlara) olan katkıları Tablo 11' de verilmiştir.

Tablo 11. Üçüncü durum için değişken ve yaş gruplarına ait faktör yükleri ve katkılar

	Faktör yükleri		Değişkenlerin katkıları (%)		Yaş gruplarının katkıları (%)		
Değişkenler	F_1	F_2	F_1	F_2	Yaş grupları	F_1	F_2
Boy	**0.757**	0.644	17.347	**19.991**	20-30	**30.782**	3.803
Ağırlık	0.459	**0.816**	6.377	**32.061**	31-40	**27.970**	9.708
Yağ oranı	-0.870	**0.476**	**22.900**	10.909	41-50	6.125	**18.489**
El kavrama	**0.785**	0.417	**13.901**	6.241	51-60	15.182	**16.397**
Otur eriş	**0.355**	-0.760	2.845	**20.787**	61>	19.941	**51.603**
Çömel kalk	**0.927**	-0.301	**19.413**	3.266			
Yatay sıçrama	**0.873**	-0.433	**17.217**	6.745			

Tablo 11' de görüldüğü üzere, değişkenlerden Ağırlık ve 'Yağ oranı' ikinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunurken, diğer değişkenler (özellikler) birinci faktörle yüksek korelasyonlu bulunmuştur. Benzer şekilde, değişkenlerin faktörlere olan katkıları (yüzde) incelendiğinde; birinci faktöre en yüksek katkıyı %22.90 ile Yağ oranı sağlarken, bunu %19.41 ile Çömel kalk, %17.22 ile Yatay sıçrama ve %13.90 ile El kavrama izlemiştir. İkinci faktöre ise %32.06 ile Ağırlık en yüksek katkı sağlarken, bunu %20.79 ile Otur eriş ve %19.99 ile Boy izlemiştir.

Yaş gruplarının faktörlere olan katkıları incelendiğinde; ikinci faktörde %51.60 ile 61 ve üzeri Yaş grubu ilk sırayı alırken, bunu %18.49 ile 41-50 yaş grubu ve %16.40 ile 51-60 yaş grubu izlemiştir. Birinci faktörde ise %30.78 ile 20-30 yaş grubu en yüksek katkıyı sağlarken, bunu %27.97 ile 31-40 Yaş grubu izlemiştir.

Tablo 12. Üçüncü durum için tabloların iki faktöre göre koordinatları ve faktörlere olan katkıları (%)

	Koordinatlar		**Katkılar (%)**	
	F_1	F_2	F_1	F_2
Antropometrik	**0.787**	0.667	46.623	**62.960**
Performans	**0.901**	0.393	**53.377**	37.040

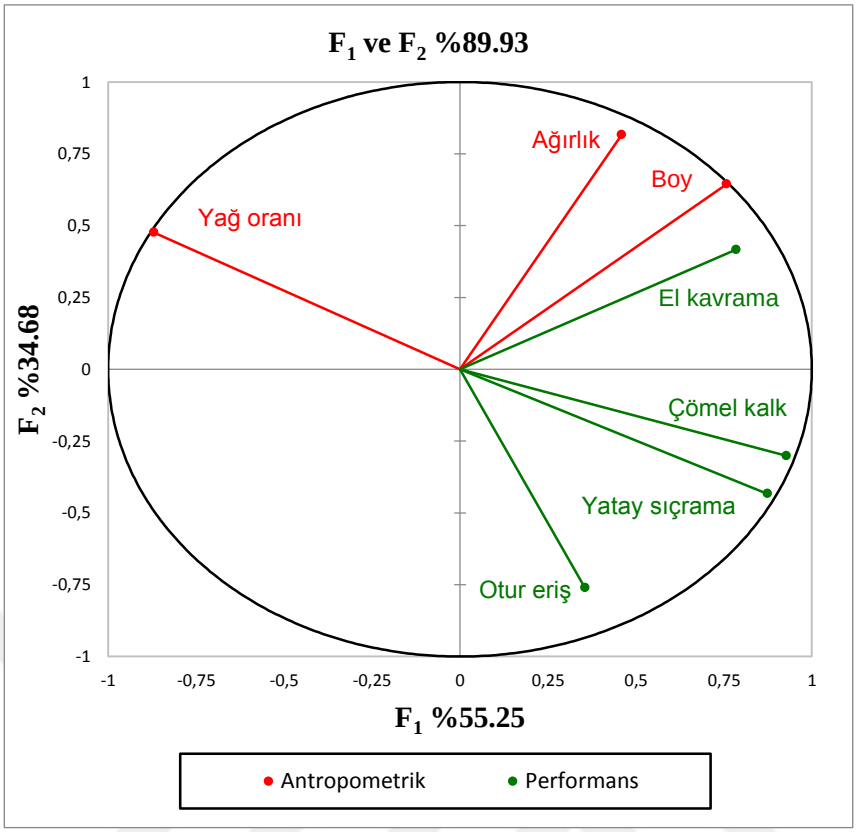
Tabloların (blokların) koordinatları ve boyutlara olan katkıları Tablo 12'de verilmiştir. Tablo 12' de görüldüğü üzere, Performans tablosu birinci faktöre yüksek katkı sağlarken, Antropometrik ölçümleri içeren tablo ikinci faktöre yüksek katkı sağlamıştır.

Tablo 13. Üçüncü durum için Lg ve Rv katsayıları

	L_g katsayıları			**R_v katsayıları**		
	Antropometrik	Performans	MFA	Antropometrik	Performans	MFA
Antropometrik	1.251	0.798	1.214	1		
Performans	0.798	1.175	1.169	0.658	1	
MFA	1.214	1.169	1.412	0.913	0.908	1

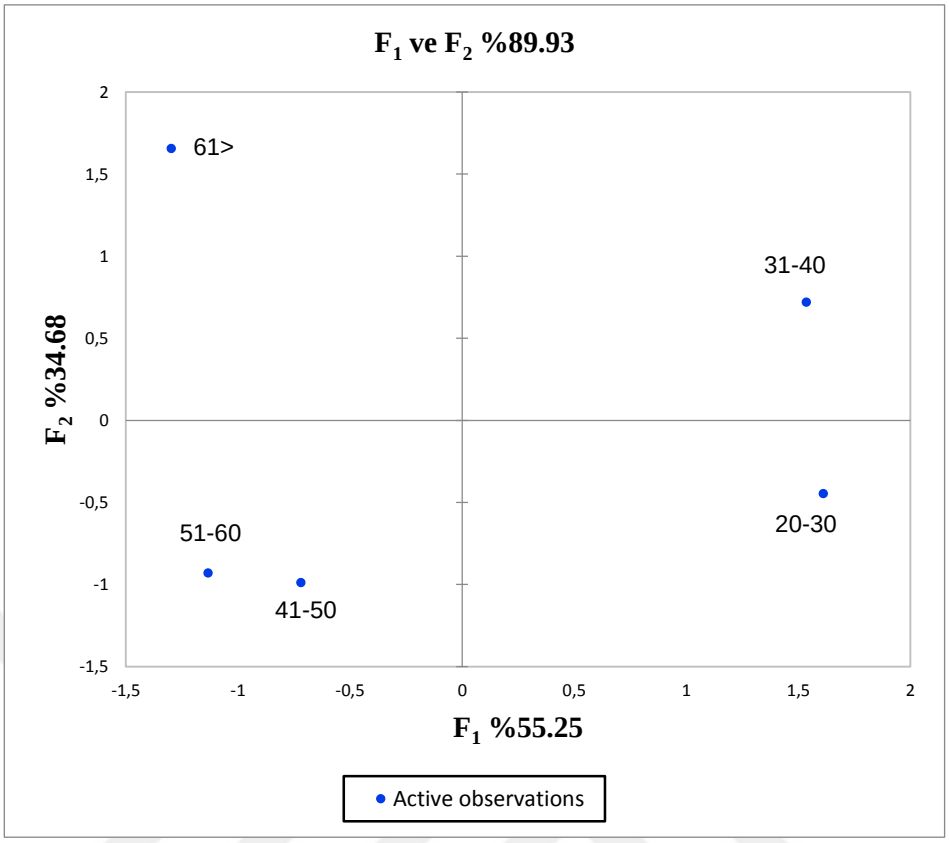
Antropometrik ölçümler ile Performans ölçümlerini içeren iki tablo arası ilişki için L_g ve R_v katsayıları Tablo 13' te verilmiştir. Tablo 13' te görüldüğü üzere; Antropometrik değişkenleri içeren tablo ile Performans değişkenlerini içeren tablo arasındaki R_v katsayısı %65.8 olarak bulunurken, her iki tablonun da genel tablo ile diğer bir ifade ile Çoklu faktör analizi tablosu ile korelasyonları %90' ın üzerinde bulunmuştur.

Değişkenlerin (özelliklerin) iki boyutlu uzaydaki yapılandırması (konfigürasyonu) Şekil 4' te verilmiştir. Şekil 4' te görüldüğü üzere; toplam varyasyonun %55.25'ini açıklayan birinci boyuta göre Yağ oranı negatif bölgede yer alırken, diğer değişkenler pozitif bölgede yer almıştır. Birinci boyuta göre pozitif bölgede yer alan Çömel kalk ve Yatay sıçrama arasında pozitif yüksek korelasyon gözlenmiştir. İkinci boyuta göre en yüksek korelasyon ise Boy ile Ağırlık arasında gözlenmiştir.



Şekil 4. Üçüncü durum için değişkenlerin iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu

Yaş gruplarının iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu ise Şekil 5' te verilmiştir. Şekil 5' te görüldüğü üzere yaş grupları arasındaki benzerlikler dört bölgede dağılım göstermiştir. 31-40 Yaş grubu, her iki boyuta göre de pozitif bölgede yer alırken, 41-50 ve 51-60 Yaş grubu ise her iki boyuta göre de negatif bölgede yer almıştır. 61 ve üzeri Yaş grubu birinci boyuta göre negatif, ikinci boyuta göre ise pozitif bölgede yer alırken, 20-30 Yaş grubu birinci boyuta göre pozitif, ikinci boyuta göre negatif bölgede yer almıştır.



Şekil 5. İki tablo için yaş grupların iki boyutlu uzaydaki konfigürasyonu

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bilimsel çalışmalarda, çalışmaya dahil edilen değişkenlerin; hepsinin nicel (sürekli) değişken olması durumunda Temel bileşenler analizi kullanılırken, hepsinin nitel (kategorik) değişken olması durumunda ise Çoklu uyum analizi kullanılmaktadır. Değişken tipi karışık (sürekli ve kategorik) yapıda olduğunda, yapılabilecek işlemler olarak sürekli değişkenlerin kategorize edilmesi akla gelebilir. Ancak bu yaklaşım önerilmemektedir. Zira, özellikle küçük veri setlerinde, kategorilere düşen gözlem sayıları yeterli olmayabileceği gibi gözlemlerin kategorilere dağılımı da dengesiz olabilir. Diğer bir yaklaşım olarak kategorik değişkenlerin kukla değişken olarak kodlanması akla gelebilir. Bu yaklaşımın ise başka bir dezavantajı vardır. Değişkenlerin dağılımının karşılaştırılabilir olmaması durumunda yanlış sonuçlar elde edilebilir. Bu gibi durumlarda Çoklu faktör analizinin kullanılması uygun bir yaklaşım olabilir.

Çoklu faktör analizi, blok olarak adlandırılan ve içerisinde kategorik veya sürekli değişkenlere ilişkin gözlemler bulunan tabloların birleştirilerek analiz edilmesinde kullanılmaktadır. Çoklu faktör analizi, birden çok tablonun ortak yapı olarak ifade edilme imkânlarını araştırmakta ve işlemleri iki adımda yürütmektedir. Birinci adımda her bir tabloya, Temel Bileşenler analizi yapılmakta ve her bir tablodaki değişkenlere ait gözlemler, birinci temel bileşene ait özdeğerin karekköküne bölünerek normalize edilmektedir. İkinci adımda, normalize edilmiş veri seti birleştirilerek global matris oluşturulmakta ve bu matrise Temel bileşenler analizi icra edilmektedir (Abdi ve Valentin, 2007).

Escofier ve Pages (1994), Çoklu faktör analizinin; sürekli veya kategorik yapıdaki değişkenlerden oluşan; grupların, blokların veya tabloların içermiş olduğu veri setlerinin birleştirilerek, eşzamanlı analiz edilmesini sağlayan bir analiz yöntemi olduğunu vurgulayarak, Çoklu faktör analizinin; faktör analizi, kanonik analiz ve procrustes analizi gibi analiz yöntemlerinin bakış açıları ile aynı yaklaşımda bulunduğunu ifade etmişlerdir.

Pages (2004), Çoklu faktör analizinin genel faktör analizi olarak, global (birleştirilmiş) tabloların analiz edilmesinde kullanılabileceğini belirtmiştir. Çoklu

faktör analizinin değişkenlerin sürekli değişken olması durumunda, ağırlıklandırılmış değişkenlere uygulanan Temel bileşenler analizi gibi işlem yaptığını, değişkenlerin hepsinin kategorik olması durumunda ise ağırlıklandırılmış değişkenlere uygulanan Çoklu uyum analizi gibi çalıştığını ifade etmiştir. Ağırlıklandırmanın en yüksek inertia değerine sahip olan birinci özdeğere göre yapıldığını belirtmiştir. Ayrıca analizin, standardize edilmiş değişkenlerle yapılabileceği gibi standardizede edilmemiş değişkenlere de yapılabileceğini ifade etmiştir.

Çoklu faktör analizi sürekli veya kategorik değişkenlerin oluşturmuş olduğu blok veya tablo olarak adlandırılan grupların birleştirilerek, tek tablo halinde eşzamanlı olarak analiz edilmesine olanak sağlamaktadır. Çoklu faktör analizi, tabloların içermiş olduğu değişken tipine göre Temel bileşenler analizini veya Çoklu uyum analizini icra etmektedir. Çoklu faktör analizi, değişkenlerin hepsinin sürekli (nümerik, nicel) değişken olması durumunda, Temel bileşenler analizi, hepsinin kategorik değişken olması durumunda ise Çoklu uyum analizi yaklaşımını kullanır (Kostov, 2012).

Çoklu faktör analizi, başta duyusal analizler olmak üzere; farklı değişken tipi içeren birçok alanda (tüketici tercihleri, kemometri, süreç (proses) izleme, ekoloji, ziraat, meteoroloji-hava tahminleri, jeoloji, tıp, sağlık, genetik, istatistik, kalite kontrolü, ekonomi ve moleküler biyoloji) tabloların birlikte analiz edilmesini sağlamak üzere tercih edilebilir (Abdi ve ark., 2013).

Benzer şekilde, Pagès (2004), Çoklu faktör analizinin; zaman serisi, anket çalışmaları, duyusal analizler ve ekolojik bilimlerde de kullanılabileceğini belirtmiştir. Çoklu faktör analizi, aynı bireylerin veya nesnelerin farklı zamanlarda yapılan ölçümler için de kullanılabilir. Farklı dönemlerde, farklı derslere ilişkin puanlar Çoklu faktör analizi ile incelenebilir. Duyusal analizlerde, bağımlılık yapısını oluşturan farklı nesneler, değerlendiriciler veya yöntemlere göre elde edilen veriler Çoklu faktör analizi ile değerlendirilebilir (Abdi ve ark., 2013).

Çoklu faktör analizi, farklı sayı veya tipte değişken içeren tabloları birleştirerek, değişkenler arası ilişkileri indirgenmiş (genellikle iki boyut) ortak boyutta göstermeyi

amaçlar. Bunun için her bir veri setini normalize edilerek, birinci temel bileşene göre aynı uzunluğa getirilir (Abdi ve Valentin, 2007; Abdi ve ark., 2013).

Çoklu faktör analizi, ağırlıklandırılmış değişkenleri içeren veri setlerine Temel bileşenler analizinin uygulanması gibi düşünülebilir. Ağırlıklandırma şeması kullanıcıya bağlıdır ve bu işlem çoğunlukla her değişkenin, kendi bulunduğu tablo için hesaplanan birinci özdeğerin inversine göre ağırlıklandırılması ile yapılır. Ağırlıklandırma şeması, global yada bütün tablo için yapılan Çoklu faktör analizinde, değişken bloklarının ilk eksen üzerinde etkilerini dengeler. Böylece Çoklu faktör analizinin bir şekilde görselleştirme özelliği, yorumlamalarda kolaylık sağlar (Stanimirova ve ark., 2005).

Sürekli veya kantitatif değişkenlerden oluşan bloklar veya tablolara, ayrı ayrı uygulanan Temel bileşenler analizi sonucunda, birinci özdeğerler arasında büyük farklar varsa, değişken bloklarının veya tabloların ortak yapısını aydınlatmada, Çoklu faktör analizi, daha avantajlı olabilir. Ancak kantitatif değişkenleri içeren blokların veya tablolarının birinci özdeğerleri arasında önemli farklılık yoksa, Temel bileşenler analizi ile Çoklu faktör analizi benzer sonuçlar verecek, yalnızca Temel bileşenler analizine göre Çoklu faktör analizinde yüklerin büyüklüğünde değişim olacaktır (Stanimirova ve ark., 2005). Diğer yandan kategorik değişkenler için eksik gözlem olmasının önemli bir sorun oluşturmadığı ancak sürekli değişkenler için eksik gözlem tahmin yöntemlerinden birisi kullanılarak eksik gözlemin tahmin edilmesi önerilmektedir (Stanimirova ve ark., 2005).

Çoklu faktör analizi, Temel bileşenler analizinden elde edilen benzer sonuçlara ilaveten, iki büyük katsayı hesaplar. Bunlardan birincisi, aynı örneğin, iki grup veya tablo değişkeni arasındaki ilişkinin ölçüsü olan Pearson korelasyon katsayısının çok değişkenli bir genellemesi olan RV katsayısıdır. İkincisi ise Lg katsayısıdır. Lg katsayısı iki grup arasındaki ortak yapının zenginliğinin derecesini ölçer. Büyük Lg katsayısı ortak yapının güçlü olduğunu ifade eder. Diğer bir ifade ile değişken gruplarının boyutlandırılabilirliğinin ölçüsü olarak yorumlanabilir ve yüksek değer çokboyutlu grubu ifade eder. Bu nedenle, Lg katsayısı, tabloların ikili olarak ne derece ilişkili olduğunu ifade etmektedir (Visbal-Cadavid ve ark., 2020).

Diğer bazı çok değişkenli analiz yöntemleri ile de ilişkili olan Çoklu faktör analizi, Çoklu tablolar ve Procrustes ailesinde yer almaktadır. Genelleştirilmiş kanonik korelasyon analizi ile yakından ilişkili olan Çoklu faktör analizinde, tablo içerisinde yer alan tüm değişkenler aynı ağırlık ile ağırlıklandırılırken, Genelleştirilmiş kanonik korelasyon analizinde her değişken için farklı ağırlıklar kullanılır. Procrustes analizine alternatif olarak geliştirilmiş olan Çoklu faktör analizinde, Procrustes analizinden farklı olarak, özdeğer ayrıştırma tekniği kullanılmaktadır. Bu nedenle de çoklu iterasyona gerek duyulmamaktadır (Abdi ve ark., 2013).

Sonuç olarak; Çoklu faktör analizi, aynı deney ünitelerinden ya da nesnelerden elde edilen verileri analiz eder. Tablolarda yer alan değişkenler sürekli veya kategorik yapıda olabilir. Bu anlamda, analiz yönteminin değişken tipine karşı esnek olduğu söylenebilir. Ayrıca, örneklem genişliği için de kati kural gerektirmez. Değişkenler arası ilişkiler için rakamsal sonuçların yanı sıra görsel sonuçlar da sunar. Böylece sonuçların yorumlanmasında kolaylık sağlanmış olur. Teorik altyapısı ve hesaplama adımlarının diğer alternatifi olan yöntemlere karşı kısmen de olsa kolay olduğu söylenebilir. Çoklu faktör analizi, farklı tipteki (kategorik ve sürekli) değişkenleri içeren tabloların birlikte (eşzamanlı) analiz edilmesine olanak sağlar, boyut indirgeme yaparak, sonuçları iki boyutlu uzayda görsel olarak sunar, böylece sonuçların, araştırmacılar tarafından kolay yorumlanabilir olmasını sağlar. Bu özellikleri ile yöntemin, uygulamalarda tercih edilebileceği söylenebilir.

KAYNAKLAR

Abascal E, de Rada VD, Lautre IG, Landaluce MI. Extending dual multiple factor analysis to categorical tables. Journal of Applied Statistics 2013;40(2):415-28.

Abdi H, Williams LJ, Valentin D. Multiple factor analysis: principal component analysis for multitable and multiblock data sets. WIREs Computational Statistics 2013a;5(2):149-79.

Abdi H, Williams LJ, Valentin D. Multiple factor analysis: principal component analysis for multitable and multiblock data sets. WIREs Computational Statistics 2013b;5(2):149-79.

Body Performance analysis [Internet]. [Erişim tarihi: 20.11.2021] Erişim adresi: (https://www.kaggle.com/murugeshm1/body-performance-analysis/data:

de Tayrac M, Lê S, Aubry M, Mosser J, Husson F. Simultaneous analysis of distinct Omics data sets with integration of biological knowledge: Multiple Factor Analysis approach. BMC Genomics 2009;10(1):32.

Dehlholm C, Brockhoff PB, Meinert L, Aaslyng MD, Bredie WLP. Rapid descriptive sensory methods – Comparison of Free Multiple Sorting, Partial Napping, Napping, Flash Profiling and conventional profiling. Food Quality and Preference 2012;26(2):267-77.

Dumas M-E, Canlet C, Debrauwer L, Martin P, Paris A. Selection of Biomarkers by a Multivariate Statistical Processing of Composite Metabonomic Data Sets Using Multiple Factor Analysis. Journal of Proteome Research 2005;4(5):1485-92.

Escofier B, Pagès J. Multiple factor analysis (AFMULT package). Computational Statistics & Data Analysis 1994;18(1):121-40.

Husson F, Josse J. Handling missing values in multiple factor analysis. Food Quality and Preference 2013;30(2):77-85.

Keskin, S., Keskin N. Çoklu faktör analizi: Temel özellikleri ve uygulaması. Tıp ve Sağlık Araştırmaları: Araştırma ve Uygulama. Ed: Halit Demir. Livre de Lyon, 171-179p, 37 rue marietton. Lyon France: (2021).

Kostov B, Bécue-Bertaut M, Husson F. An original methodology for the analysis and interpretation of word-count based methods: Multiple factor analysis for contingency tables complemented by consensual words. Food Quality and Preference 2014;32:35-40.

Kostov B, Bertaut M, Husson F, Hernández D. Multiple factor analysis for contingency tables in factomineR package. In 1ères Rencontres R 2012.

Morand E, Pagès J. Procrustes multiple factor analysis to analyse the overall perception of food products. Food Quality and Preference 2006;17(1-2):36-42.

Næs T, Berget I, Liland KH, Ares G, Varela P. Estimating and interpreting more than two consensus components in projective mapping: INDSCAL vs. multiple factor analysis (MFA). Food Quality and Preference 2017;58:45-60.

Ossani PC, Figueira Ramos M, Cirillo MÂ. Proposition of a new index for projection pursuit in the multiple factor analysis. Computational and Mathematical Methods 2021;3(4):e1139.

Pagès J. Multiple Factor Analysis: Main Features and Application to Sensory Data. Revista Colombiana de Estadística 2004;27(1):1-26.

Pagès J, Tenenhaus M. Multiple factor analysis combined with PLS path modelling. Application to the analysis of relationships between physicochemical variables, sensory profiles and hedonic judgements. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems 2001;58(2):261-73.

Stanimirova I, Walczak B, Massart DL. Multiple factor analysis in environmental chemistry. Analytica Chimica Acta 2005;545(1):1-12.

Thanoon TY, Adnan R. Comparison between Bayesian structural equation models with ordered categorical data. AIP Conference Proceedings 2016;1750(1):060026.

Türe M, Kurt-Ömürlü İ, Cengiz M, Türkiş, C. 2002-2012 Yıllarında farklı yaş gruplarındaki bireylerde intihar nedenlerinin cinsiyete göre değişiminin çoklu faktör analizi ile incelenmesi Meandros Med Dent J 2015; 16(1): 13-9.

Voillet V, Besse P, Liaubet L, San Cristobal M, González I. Handling missing rows in multi-omics data integration: multiple imputation in multiple factor analysis framework. BMC Bioinformatics 2016;17(1):402.

Zárraga A, Goitisolo B. Simultaneous analysis and multiple factor analysis for contingency tables: Two methods for the joint study of contingency tables. Computational Statistics & Data Analysis 2009;53(8):3171-82.